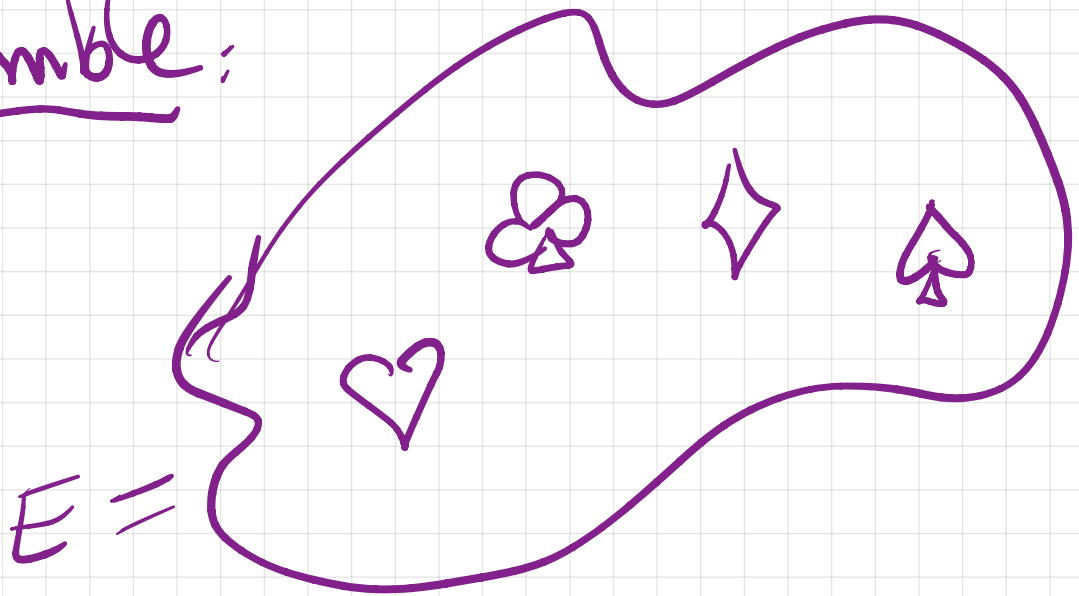


Analyse À :

1.1 : Notions de Théorie des Ensembles

Ensemble :

1.



2. 0) $E = \emptyset$ = l'ensemble vide = 0 élément

1) $E = \{\text{😊}\}$ 1 élément

2) $E = \{0, X\}$

$$3) \quad \mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

= nombres entiers

$$\emptyset \subseteq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q} \subseteq \mathbb{R} \subseteq \dots$$

↑
"est contenu dans"

appartient

$X \subseteq Y$ signifie pour tout $x \in X$
on a aussi $x \in Y$

$$X = \{0, x\}$$

$$Y = \{0\}$$

$$0 \in X \ni x$$

$$Z = \{x\}$$

$$Y \subseteq X$$

$$T = \{0, \odot\}$$

$$Z \subseteq X$$

$$x \notin T \quad \text{et} \quad T \not\subseteq X$$

On écrit $\boxed{X=Y}$ si $X \subseteq Y$ et $Y \subseteq X$
 Do $\vdash$

Exemples

done

$$(X \subset Y) \neq$$

$$\bullet \mathbb{Q} \not\subset \mathbb{N}, \mathbb{Q} \neq \mathbb{N}$$

$$\bullet \mathbb{Z} \subsetneq \mathbb{Q} \subsetneq \mathbb{R} \subsetneq \mathbb{C} \subsetneq \mathbb{H} \subsetneq \mathbb{O} \subsetneq \dots$$

1

2

4

8

Propriétés de $\mathbb{R}$

• additionner : $a+b = b+a$

• multiplier : $0+a = a+0 = a$

• $ab = ba$

• $a(b+c) = ab+ac$

• $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$

partout $a, b \in \mathbb{R}$

zéro

=

élément neutre

de

l'addition

élément neutre

de

la multiplication

0. $x \in X$ $x \notin X$ atomique

1. $\begin{cases} X \subseteq Y \\ X = Y \end{cases}$ $\begin{cases} X \not\subseteq Y \\ X \neq Y \end{cases}$

2. $\sqrt{2} \in \mathbb{R}$ "corp" la droite des réelles
 $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$ nombre premier

alors $\sqrt{p} \notin \mathbb{Q}$

cad qe on ne peut trouver

$a, b \in \mathbb{Z}$ tels qe $\sqrt{p} = \frac{a}{b}$
• 2, 3, 5, 7, 11, 13, ...
• 79 ←

1291 ← nombre premier

On dit qe
un nombre p
est premier

et si $p = ab$, alors $\begin{cases} a=1 & b=p \\ \text{ou} & a=p & b=1 \end{cases}$
si p est entier

Exemple: p premier $\Rightarrow \sqrt{p} \notin \mathbb{Q}$

soit
 $Q: ? n \in \mathbb{N}$ tel que $\sqrt{n} \notin \mathbb{Q}$
est-ce que n est premier?

Vrai ou Faux

En effet, si l'on prend $b \in \mathbb{N}$

on a $6 = 2 \cdot 3$ donc $\sqrt{6} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$
en effet $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$
 $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$

$$\text{supp que } \sqrt{6} = \frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}$$

$\Rightarrow$ ceci entraîne que $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$
ex: $\sqrt{3} \in \mathbb{Q}$

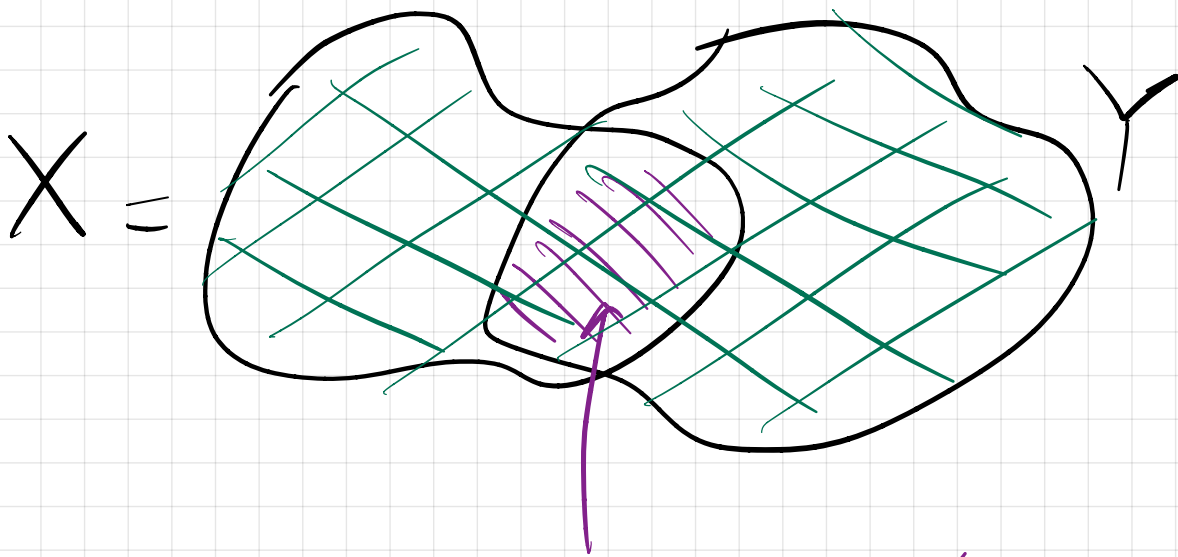
absurde car
on a montré
avant que $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Règle : on ne peut pas avoir

$$x \in X$$

$$\text{et } x \notin X$$

Créactions ensemblistes



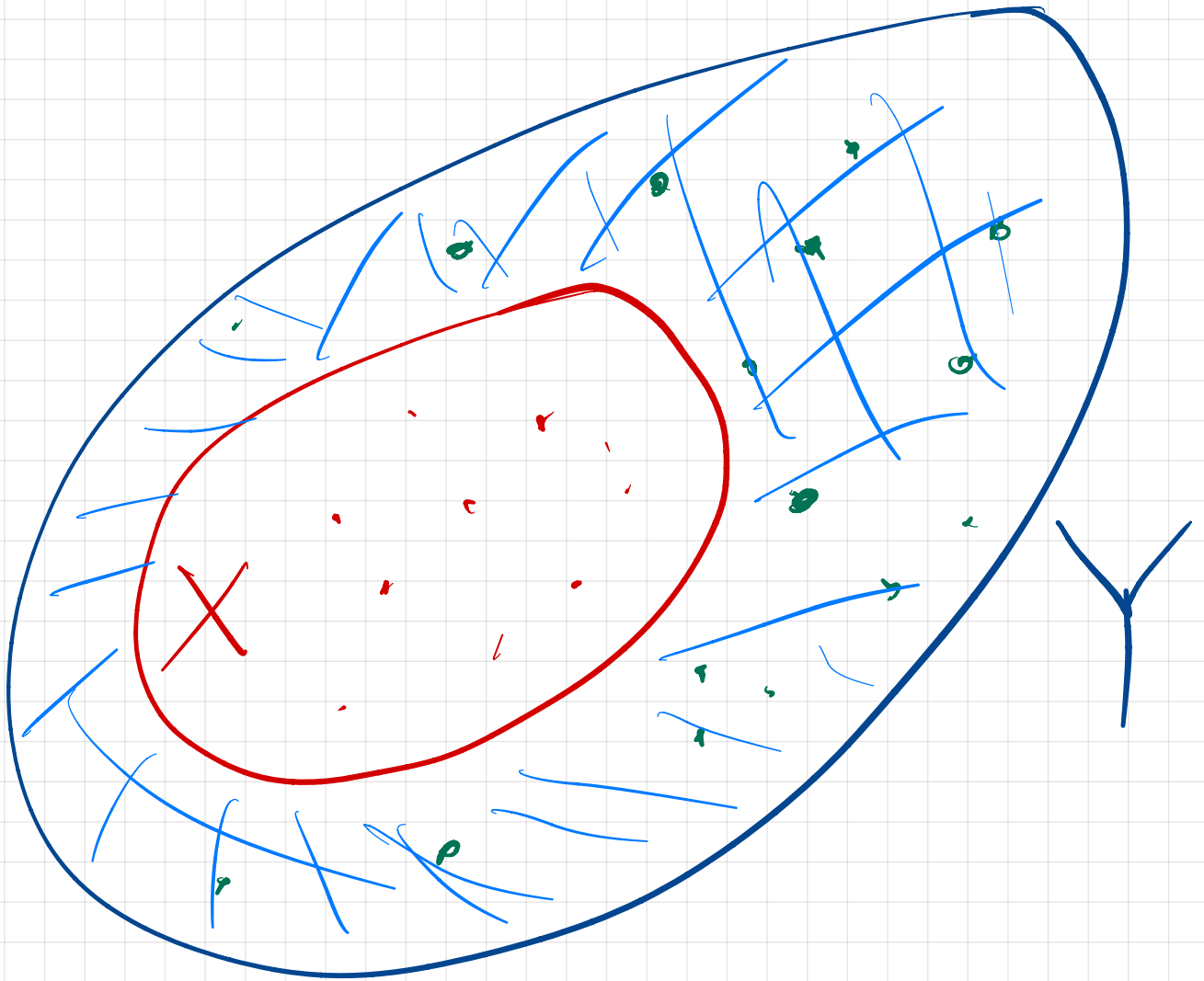
$$X \cap Y = X \text{ intersecté avec } Y$$

$$= Y \cap X$$

$$X \cap Y \stackrel{\text{def}}{=} \{z \in \mathcal{U} \mid z \in X \text{ et } z \in Y\}$$

$$X \cup Y \stackrel{\text{def}}{=} \{z \in \mathcal{U} \mid z \in X \text{ ou } z \in Y\}$$

Complémentaire de $X \subseteq Y$



$$C^Y_X = \{y \in Y \mid y \notin X\}$$

$$= \overline{X}$$

→
meilleure
notation

$$i \subset \mathbb{C} \not\subset \mathbb{R}$$

$$\mathbb{Q}$$

$$\mathbb{R}$$

$$\overline{X} = Y \setminus X$$

$$= \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}$$

↑
dérivent la même chose

$$X = \mathbb{C} \setminus \mathbb{R} = \overline{\mathbb{R}} = \mathbb{C}$$

$$Y = \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$$

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$$

$$3\mathbb{N} := \{n \in \mathbb{N} \mid n \text{ est divisible par } 3\}$$

$$r\mathbb{N} = \text{tous les multiples de } r$$

$$r \in \mathbb{N}$$

$$17\mathbb{N} = \{0, 17, 34, 51, \dots\}$$